



**CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO
MATEMÁTICA**

CADERNO DE QUESTÕES

2026/2027



1ª QUESTÃO

Valor: (1,0)

Sejam $z_0, z_1, \dots, z_{11}$ as doze raízes complexas da equação $z^{12} = 1$, representadas no plano de Argand-Gauss. O hexágono regular $\mathcal{P}$ tem por vértices as raízes de índice par, e o hexágono regular $\mathcal{I}$ as de índice ímpar. Determine a área da região coberta pela união $\mathcal{P} \cup \mathcal{I}$.

2ª QUESTÃO

Valor: (1,0)

Seja a equação abaixo, onde $z \in \mathbb{C}$

$$1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 = 0$$

Ao escolher ao acaso uma raiz qualquer dessa equação, qual a probabilidade dela satisfazer a inequação abaixo?

$$\left| z - \frac{3}{2} \right| \leq \frac{\sqrt{7}}{2}$$

3ª QUESTÃO

Valor: (1,0)

Para cada número inteiro positivo n , seja $g_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por

$$g_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq -\frac{1}{n} \\ 1, & \text{se } -\frac{1}{n} < x \end{cases}$$

Seja, ainda, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{g_n(x)}{3} \right)^n$$

Determine o menor valor inteiro de x para o qual

$$f(x) + f\left(-\frac{1}{x}\right) \geq 0,999$$

4ª QUESTÃO

Valor: (1,0)

Determine o valor de

$$(y_1 + x_1)(y_1 + x_2)(y_2 + x_1)(y_2 + x_2)(y_3 + x_1)(y_3 + x_2)$$

em que (y_1, y_2, y_3) e (x_1, x_2) são respectivamente as raízes das equações $y^3 - 4y - 2 = 0$ e $x^2 - 7x - 3 = 0$.

5ª QUESTÃO	Valor: (1,0)
Sejam $x_1, x_2, \dots, x_9$ números reais positivos tais que $\log_2 x_1, \log_2 x_2, \dots, \log_2 x_9$ formam uma progressão aritmética de razão positiva. Sabe-se que $x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 \cdot x_7 \cdot x_9 = 2^{45}$ e que $x_2 + x_4 + x_6 + x_8 = 5540$. Determine $x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9$.	
6ª QUESTÃO	Valor: (1,0)
Seja $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Escolhe-se ao acaso uma função bijetora $f : S \rightarrow S$. Sabendo-se que $f^{(9)} = \underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{9 \text{ vezes}}$, qual a probabilidade de que $f^{(9)}(1) = 1$?	
7ª QUESTÃO	Valor: (1,0)
Considere m e n inteiros positivos, com $m > n$. Sejam $A = [a_{ij}]_{3 \times (n+2)}$ e $B = [b_{ij}]_{(n+2) \times 3}$ matrizes cujas entradas são dadas, respectivamente, pelas combinações $a_{1j} = \binom{m}{j-3}, \quad a_{2j} = \binom{m}{j-2}, \quad a_{3j} = \binom{m}{j-1}$ com $1 \leq j \leq n+2$ e $b_{i1} = b_{i2} = \binom{n}{n+2-i}, \quad b_{i3} = \binom{n+1}{n+2-i},$ para $1 \leq i \leq n+2$. Em que, $\binom{a}{b} = \frac{a!}{b!(a-b)!}$ para a e b inteiros não-negativos, com $b \leq a$ e $\binom{a}{c} = 0$ para $c < 0$ ou $c > a$ Usando as propriedades relacionadas a combinações, mostre que, para $m = 2^{10}$ e $n = 10^3$, o traço de $A \cdot B$ é divisível por 1013.	
8ª QUESTÃO	Valor: (1,0)
Sejam $n \in \mathbb{N}$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ tais que $\sin \alpha \neq 0 \quad \text{e} \quad \cos(j\alpha) \neq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n+1$ Mostre a identidade $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\cos \alpha + \cos(2k+1)\alpha} = \frac{\sin(n\alpha)}{\sin(2\alpha) \cos((n+1)\alpha)}$	
9ª QUESTÃO	Valor: (1,0)
A normal no ponto P da elipse $x^2 + 4y^2 = 16$ intercepta o eixo x no ponto Q. Se M é o ponto médio do segmento PQ, determine os pontos em que o lugar geométrico de M intersecta as retas $x = +c$ e $x = -c$, sabendo que $2c$ é a distância entre os focos da elipse dada.	

10ª QUESTÃO**Valor: (1,0)**

Considere um prisma quadrangular reto, completamente contido em uma esfera S de raio 6 cm. Sabe-se que os quatro vértices de uma das faces do prisma pertencem à superfície da esfera S . Determine:

- (a) o volume máximo que esse prisma pode assumir;
- (b) a altura e as dimensões da base do prisma correspondentes a esse volume máximo.

